الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم
إدارة التقويم والامتحانات

إجابة النموذج التدريبي لامتحان مادة الرياضيات الفصل الدراسي الثاني للصف الثاني عشر
للقسم الأدبي للعام الدراسي 2012 / 2013 م

السؤال الأول

أولاً : لتكن الدالة : $f(x) = x^2 - 6x + 7 \quad , \quad x \in [-4, 4]$ أوجد كل من :

1) مشتقة الدالة $f(x)$

$$f'(x) = 2x - 6$$

2) فترات تزايد وتناقص الدالة $f(x)$

$$f'(x) = 2x - 6$$

$$2x - 6 = 0$$

$$2x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

الدالة متناقصة على $[-4, 3]$

ومتزايدة على $[3, 4]$

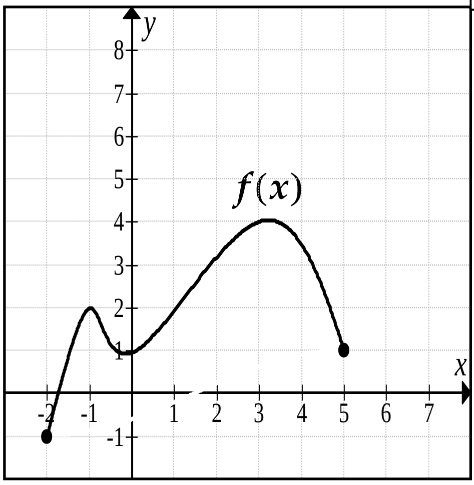
x	$]-4, 3[$	$]3, 4[$
إشارة $f'(x)$	-	+
سلوك $f(x)$	↘	↗

3) القيم القصوى المحلية وبين نوعها .

$$f(3) = 3^2 - 6 \times 3 + 7 = -2$$

للدالة قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ مقدارها -2

ثانياً : **أعتمد على الشكل المجاور والذي يمثل بيان الدالة** في الفترة [5 , 2-]



4) الفترات التي تكون فيها الدالة متناقصة هي $\boxed{[3\,,5]\;,\;[-1\,,0]}$

5) الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة هي $\boxed{[0\,,3]\;,\;[-2\,,-1]}$

6) القيمة الصغرى المحلية للدالة $f(x)$ هي $\boxed{1}$

7) مجموعة قيم x التي يوجد للدالة عند كل منها قيمة عظمى محلية هي :

$$\boxed{x=-1\,,\,x=3}$$

8) القيمة العظمى المطلقة للدالة هي $\boxed{4}$

9) للدالة $f(x)$ قيمة صغرى مطلقة عند x تساوي $\boxed{-2}$

ثالثاً :

10) ينتج مصنع للهواتف النقالة نوع معين من الهواتف ذو خواص متميزة عن غيره. فإذا علمت أن دخل المصنع من بيع هذا الهاتف يعطى بالعلاقة : $R(x)=400x-0.2x^2$ حيث x هي عدد الوحدات المنتجة , $0 \le x \le 2000$

أوجد عدد الهواتف التي يجب أن ينتجها المصنع حتى يحقق أكبر دخل ممكن .

أكبر إيراد ممكن هو القيمة العظمى المطلقة للدالة $f(x)$.

$$f'(x)=400-0.4x$$

نحل المعادلة : $f'(x)=0$

$$400-0.4x=0 \quad\Rightarrow\quad 0.4x=400$$

$$x=\frac{400}{0.4}=1000$$

نحسب قيمة الدالة عند كلا من : $x=0 \quad , \quad x=1000 \quad , \quad x=2000$

$$f(0)=0$$

$$f(1000)=400\times1000-0.2\times(1000)^2=200000$$

$$f(2000)=400\times2000-0.2\times(2000)^2=0$$

وعليه يكون أكبر إيراد ممكن هو 200000 درهم . ويكون عندما ينتج المصنع 1000 هاتف

تتبع / (3) ⟸

السؤال الثاني

أولاً : 11) بين أن الدالة : $g(x) = 3x^2 + \sqrt{5}$ هي دالة مقابلة للدالة : $f(x) = 6x$

في الفترة $[-2 , 2]$.

نوجد مشتقة الدالة $g(x)$ ونقارنها بالدالة $f(x)$

$$g'(x) = 6x = f(x)$$

الدالة $g(x)$ دالة مقابلة للدالة $f(x)$

ثانياً : أوجد كلاً مما يلي

12) $\int (x^3 + 2x - 4x^2)dx$

$$= \frac{x^4}{4} + 2(\frac{x^2}{2}) - 4(\frac{x^3}{3}) + c$$

$$= \frac{1}{4}x^4 + x^2 - \frac{4}{3}x^3 + c$$

13) $\int x(x - 7)dx =$

$$\int (x^2 - 7x)dx =$$

$$= \frac{x^3}{3} - 7(\frac{x^2}{2}) + c = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + c$$

14) $\int (\frac{x^5 + 2x^4 - 6x^2}{x^4})dx$

$$= \int (\frac{x^5}{x^4} + \frac{2x^4}{x^4} - \frac{6x^2}{x^4})dx = \int (x + 2 - 6x^{-2})dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + 2x - 6\frac{x^{-1}}{-1} + c = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6x^{-1} + c$$

15) $\int (\sqrt[5]{x^3} + 4)dx$

$$= \int (x^{\frac{3}{5}} + 4)dx$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{5}+1}}{\frac{3}{5} + 1} + 4x + c = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + 4x + c$$

تتبع / (4)

السؤال الثالث

أولاً: أوجد قيمة كلاً من :

16) $\int_{1}^{3} 2\,dx$

$$= [2x]_{1}^{3}$$
$$= 2\times 3 - 2\times 1 = 4$$

17) $\int_{0}^{2} (5x^4 - 6x^2)\,dx$

$$= \left[5\left(\frac{x^5}{5}\right) - 6\left(\frac{x^3}{3}\right)\right]_{0}^{2}$$
$$= \left[x^5 + 2x^3\right]_{0}^{2} = (2^5 + 2\times 2^3) - (0^5 + 3\times 0^3) = 48$$

18) $\int_{4}^{4} \sqrt{x^2 + b^2}\,dx$

$$= 0$$

ثانياً: إذا علمت أن :

$\int_{-2}^{1} g(x)\,dx = -3 \quad , \quad \int_{-2}^{1} f(x)\,dx = 5$ فأوجد قيمة كلا من :

19) $\int_{-2}^{1} [f(x) - 2g(x)]\,dx$

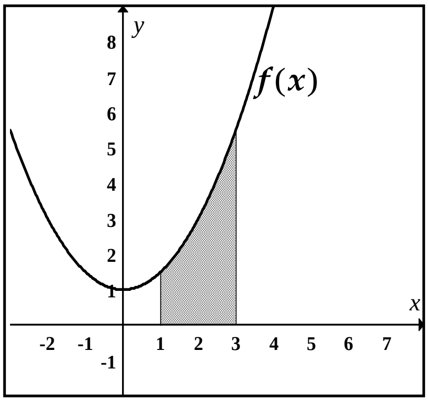
$$= \int_{-2}^{1} f(x)dx - 2\int_{-2}^{1} g(x)dx$$
$$= 5 - 2\times(-3) = 11$$

20) $\int_{1}^{-2} [f(x) + g(x)]\,dx$

$$= \int_{1}^{-2} f(x)dx + \int_{1}^{-2} g(x)dx$$
$$= -\int_{-2}^{1} f(x)dx - \int_{-2}^{1} g(x)dx$$
$$= -5 - (-3) = -2$$

تتبع / (5) ⇦

ثالثاً : (21 أكمل :



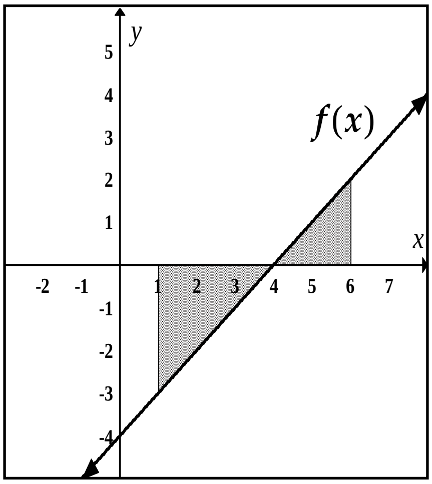
الجزء المظلل في الشكل المجاور يمثل المساحة المحصورة بين -

منحنى الدالة $f(x)$ ومحور السينات والمستقيمين $x=1\ ,\ x=3$

والتكامل الذي يمثل هذه المساحة هو $\boxed{\int_1^3 f(x)dx}$

رابعاً : (22 الشكل المجاور يمثل الدالة : $f(x) = x - 4$ أوجد مسحة المنطقة المظللة

والمحصورة بين منحنى الدالة ومحور السينات والمستقيمين $x=1, x=6$



$$A = \int_4^6 f(x)dx - \int_1^4 f(x)dx =$$

$$\int_4^6 (x-4)dy - \int_1^4 (x-4)dx$$

$$=[\frac{x^2}{2} - 4x]_4^6 - [\frac{x^2}{2} - 4x]_1^4 =$$

$$[(\frac{36}{2} - 4(6)) - (\frac{16}{2} - 4(4)] - [(\frac{16}{2} - 4(4)) - (\frac{1}{2} - 4(1)]$$

$$=[(18-24)-(8-16)]-[(8-16)-(-3\frac{1}{2})]$$

$$[(-6)-(-8)]-[-8+3\frac{1}{2}] = 2+4\frac{1}{2}$$

$$= 6\frac{1}{2}$$ وحدة مساحة

أنتهت الأسئلة